

素数に関する有名な問題

こんにちは、数学科です。

12-1月号は正解への道筋が見えにくく、また問題集等ではあまり見られない問題でした。

三角形の面積が等しいのは「底辺」と「高さ」の積が等しいことに気づいた方は、正解、あるいは正解に近いところにたどり着かれました。

2月号は、素数「業界」ではとても有名な問題です。

皆さんのチャレンジをお待ちしています。初めての皆さんもぜひ！

Q53

5以上の素数の2乗から1を引いたものは、必ず24で割り切れます。
 どうしてそうなるのかを式、文で説明してください。

Great!

(例)

$7^2-1=48$	$48 \div 24=2$
$11^2-1=120$	$120 \div 24=5$
$13^2-1=168$	$168 \div 24=7$
$17^2-1=288$	$288 \div 24=12$

① a^2-1
 $= (a-1)(a+1)$
 ② a は5以上の素数だから $a-1$ $a+1$

はいずれも偶数、もしくは隣り合う2つの偶数
 よって $a-1$ 、 $a+1$ のいずれか一方は4の倍数
 $\therefore a^2-1=(a-1)(a+1)$ は8の倍数

③ a は5以上の素数なので、3で割った余りは
 1か2 余りが1 $\rightarrow a-1$ は3の倍数 余りが2 $\rightarrow a+1$ は3の倍数
 $\therefore a^2-1=(a-1)(a+1)$ は3の倍数

④ 以上より a^2-1 は8の倍数でもあり3の倍数でもある。
 8と3は互いに素だから a^2-1 は24の倍数だ。

本校数学科宛に解答用紙をFAX (075-781-7254)、または数学科教員、校務センターにご提出ください。解答用紙は、立志館階段「NISSIN」1-2階踊り場他各フロアに1か所以上置いてあります。正解者に文具など進呈します。(先着7名)

解答HP掲載時、氏名公表 (可・不可)

3年 組 番 氏名 竹内 健一郎

素数に関する有名な問題

こんにちは、数学科です。

12-1月号は正解への道筋が見えにくく、また問題集等ではあまり見られない問題でした。三角形の面積が等しいのは「底辺」と「高さ」の積が等しいことに気づいた方は、正解、あるいは正解に近いところにたどり着かれました。

2月号は、素数「業界」ではとても有名な問題です。

皆さんのチャレンジをお待ちしています。初めての皆さんもぜひ！

Q53

5以上の素数の2乗から1を引いたものは、必ず24で割り切れます。
 どうしてそうなるのかを式、文で説明してください。

(例)

$7^2 - 1 = 48$	$48 \div 24 = 2$
$11^2 - 1 = 120$	$120 \div 24 = 5$
$13^2 - 1 = 168$	$168 \div 24 = 7$
$17^2 - 1 = 288$	$288 \div 24 = 12$

$P \neq 3n, \text{つまり}$
 $P = 3a + 1, 3a - 1$ と置く
 $P^2 - 1 = (P+1)(P-1)$
どっちかで相殺
 $\hookrightarrow 3$ の倍数

$P \neq 2n, \text{また } P \neq 4n$
 \Rightarrow 奇) $P = 4a + 1, 4a - 1$ と考える

$P^2 - 1 = (P+1)(P-1)$
どっちかで相殺

$\begin{cases} 4a+1 \text{ のとき } 4a+2 \cdot 4a \rightarrow 2\text{の倍数} \cdot 4\text{の倍数} \rightarrow 8\text{の倍数} \\ 4a-1 \text{ のとき } 4a \cdot 4a-2 \rightarrow 4\text{の倍数} \cdot 2\text{の倍数} \end{cases}$

$P^2 - 1 \dots 3$ の倍数 & 8 の倍数

$\hookrightarrow 16$ の倍数

\downarrow
 24 の倍数

Great!

本校数学科宛に解答用紙をFAX (075-781-7254)、または数学科教員、校務センターにご提出ください。解答用紙は、立志館階段「NISSIN」1-2階踊り場他各フロアに1か所以上置いてあります。正解者に文具など進呈します。(先着7名)

解答HP掲載時、氏名公表 (可・不可)

3年D組8番 氏名 廣川 草悠