

懸賞編

角度の合計を求めよう！

同志社中学校数学科

今月は、図形の問題です★

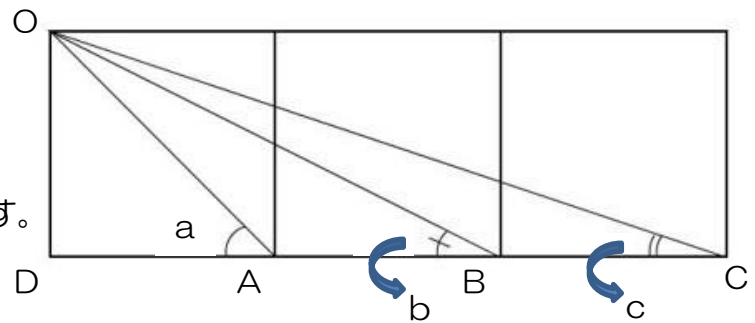
合同な正方形が3つ並んでいます。∠OAD、∠OBD、∠OCDの大きさをそれぞれ a° 、 b° 、 c° とします。このとき、 $\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めてください。

解き方は何通りもあります。(算数から高校数学まで) よろしければ、ご家族、保護者の方もぜひご応募ください。(懸賞の対象は本校生徒といたします。) 皆さんの挑戦をお待ちしています！

Q23 角度の合計を求めよう

右の図のように、正方形が3つ連結して並んでいます。

$\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めてください。図などの説明もお願いします。



<答え>

$$\angle a + \angle b + \angle c = 90^\circ$$

説明は、次のページをご覧ください。

※ヒント $\angle b$ と $\angle c$ の大きさはきりのよい数値ではありません。

解けたら、同志社中学校数学科宛に、この解答用紙をFAX(075-781-7254)してください！

通常は、立志館階段「NISSIN」1-2階踊り場、階段「SYOEI」2階廊下に問題・解答用紙(この用紙)が設置してあります。正解者には文具などプレゼントを進呈します。(先着5名)

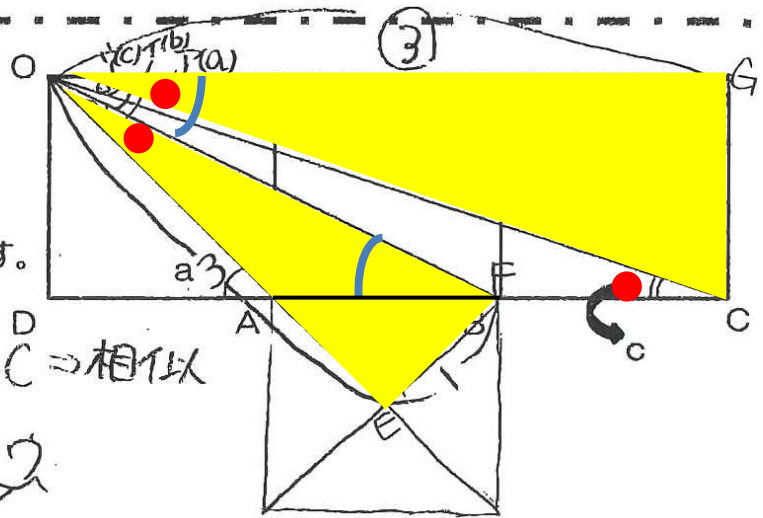
解答掲載時、氏名公表(可・不可) _____ 年 組 番. 氏名 _____

<説明>

1年生の小林さんの解答を元に、説明します。

右の図のように、正方形が3つ
連結して並んでいます。

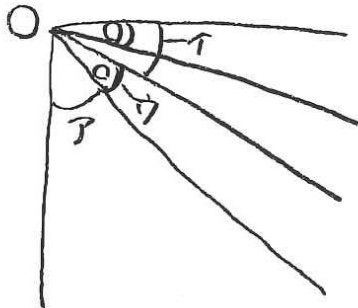
$\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めて
ください。図などの説明もお願いします。



<答え>

三角形OEFと三角形OGC ⇨ 相似

$\angle a + \angle b + \angle c \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma$



物の重力

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

※ヒント $\angle b$ と $\angle c$ の大きさはきりのよい数値ではありません。

方眼の正方形をもう1つ書くのがポイントです。

2つの黄色い直角三角形は、どちらも直角をはさむ2辺が1:3の三角形で相似となります。
錯角を考えると、3つの角度 ● が $\angle c$ と同じになるので、 $\angle AOF = \angle C$ がわかります。

また、錯角で、 $\angle FOG = \angle AFO$ ($\angle b$) とわかります。

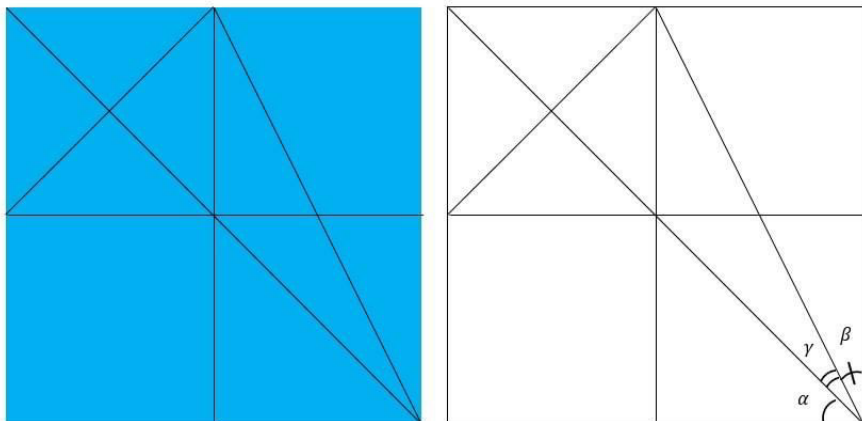
したがって、小林さんが書いておられるように、頂点Oの周りで、

$$\angle a + \angle b + \angle c = 90^\circ$$

がなります。

※今回のクイズは、大阪経済大学名誉教授西山豊氏が作成されていたものを元に出題しています。
SNSで紹介されていた解答例を1つご紹介します。折り紙のイメージで証明されています。

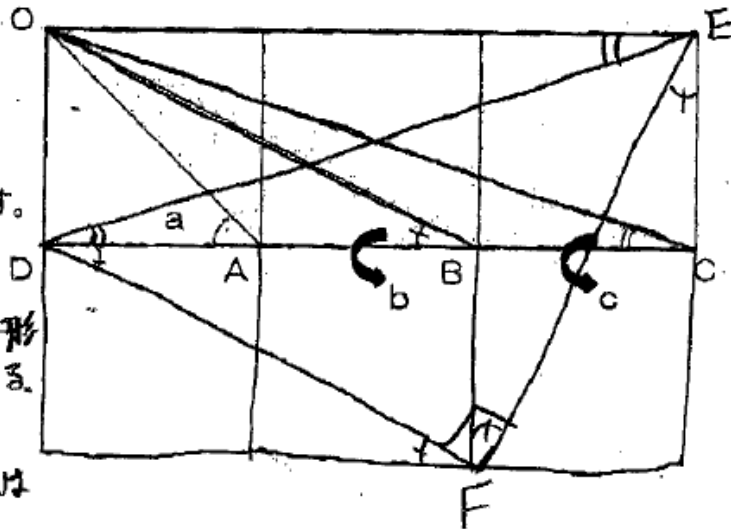
折り紙を図のように5回折ります。



a、b、cが、
α、β、γという
記号になっています。

次に、2年生の解答を紹介します。中学生が解く場合は、正方形を増やして方眼紙に書いたイメージで考えると相似な三角形が見えてわかりやすいと思います。

右の図のように、正方形が3つ
連結して並んでいます。
 $\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めて
ください。図などの説明もお願いします。



<答え>

まず、下に正方形を3つ書く。
そして、 $\triangle DEF$ を作る。と二正方形になる。
その $\triangle DEF$ の $\angle DFE$ は 90°
そして、同じ線の下の角は、角度は
同じなのだから、あてはめていく。

ただし、 $\angle EDF$ は $(180-90) \div 2 = 45^\circ$ の 45° で、 $\angle EDF$ に、 $\angle b$ と $\angle c$ がある。
このことから、 $\angle b + \angle c = 45^\circ$ と分かる。
 a は 90° の半分の 45° と分かる。

$$45 + 45 = 90$$

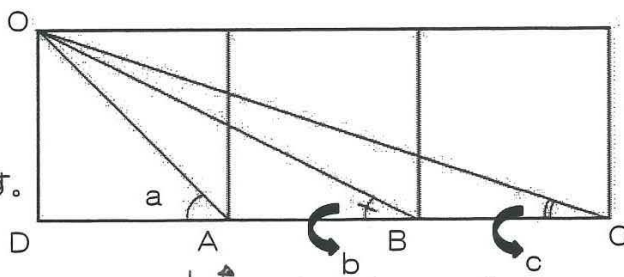
※ヒント $\angle b$ と $\angle c$ の大きさはきりのよい数値ではありません。

A 90°

最後に、大人（高校数学）の解答を1つ紹介しておきます。三角関数の「加法定理」を $\cos \theta$ または $\tan \theta$ で考えると解けます。また、知り合いの元教員の方からも解答を動画でお送りくださったので、合わせてご紹介します。7月のクイズもお楽しみに！

(数学科 園田毅)

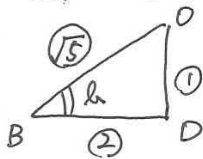
右の図のように、正方形が3つ
連結して並んでいます。
 $\angle a + \angle b + \angle c$ の大きさを求めて
ください。図などの説明もお願いします。



<答え>

$\angle a = \text{直角} = \text{等腰三角形} \Rightarrow a = 45^\circ$

$\angle b + \angle c$ を考える。



$$\cos b = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos c = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin b = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos c = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{aligned} \cos(b+c) &= \cos b \cos c - \sin b \sin c \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos(b+c) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\angle b < 45^\circ, \angle c < 45^\circ$ より
 $\angle b + \angle c < 90^\circ$ かつ $\angle b + \angle c = 45^\circ$

※ヒント $\angle b$ と $\angle c$ の大きさはきりのよい数値ではありません。

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$