

懸賞編

連続する自然数の和で表そう！

同志社中学校数学科

皆さん、ご入学、ご進級おめでとうございます！

数学科では、ほぼ毎月、懸賞クイズを廊下掲示と HP で発信しています。

今回は、新年によくメディアに出るタイプの問題です。例えば、300 という数は、

$$300 = 100 \times 3 = 100 + (99 + 101) = \underline{99 + 100 + 101}$$

と 3 つの連続する自然数の和で表されます。この種類の問題は、実はコツがあります。

今年「2020」についての問題を解いて、さらに解法のコツを発見してもらえると嬉しいです。

皆さんの挑戦をお待ちしています！（応募は本校生に限らせていただきます。）

Q24 連続する自然数の和で表そう！

2020 を連続する自然数の和で表してください。

答えは 3 通りあります。

<答え>

解けたら、同志社中学校数学科宛に、この解答用紙を FAX (075-781-7254) してください！

通常は、立志館階段「NISSIN」1 - 2 階踊り場、階段「SYOEI」2 階廊下に問題・解答用紙（この用紙）が設置してあります。正解者には文具などプレゼントを進呈します。（先着 5 名）

組 番. 氏名

<解答>

ある数を2つの自然数の積で表したとき、**奇数○×偶数△**、または**偶数△×奇数○**となれば、連続する自然数の和で表せます。奇数と偶数の順序にも意味がありますが、その意味は解答を読んでいただいたほうがわかりやすいと思いますので、このまま読み進めてください。

$$2020 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$$

と素因数分解できますので、2数の積になる組み合わせを考えると、

$$1010 \times 2 = 505 \times 4 = 404 \times 5 = 202 \times 10 = 101 \times 20$$

という5通りの方法で表せます。この中で、

$$505 \times 4, 404 \times 5, 101 \times 20$$

の3通りの場合が、**奇数**と**偶数**の積となり、あてはまります。自然数の個数が少ない404×5から説明します。

(1) 404×5 (**偶数△×奇数○**) の場合

404 (偶数△) が5個あるというふうに考えるとわかりやすいと思います。

$$= 404 + 404 + 404 + 404 + 404$$

$$= 404 + (403 + 405) + (402 + 406)$$

$$= 402 + 403 + 404 + 405 + 406$$

となり、5個の自然数の和で表せます。

(2) 505×4 (**奇数○×偶数△**) の場合

今度は、505が4個あると考えてください。

$$= 505 + 505 + 505 + 505$$

$$= (252 + 253) + (251 + 254) + (250 + 255) + (249 + 256)$$

$$= 249 + 250 + 251 + 252 + 253 + 254 + 255 + 256$$

となり、8個の自然数の和で表せます。

(3) 101×20 (**奇数○×偶数△**) の場合

101が20個あると考えます。

$$= 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101$$

$$= (50 + 51) + (49 + 52) + (48 + 53) + \dots + (33 + 68) + (32 + 69) + (31 + 70)$$

$$= 31 + 32 + 33 + \dots + 68 + 69 + 70$$

となり、40個の自然数の和で表せます。

ご応募ありがとうございました！正解者の皆さんには、文房具をお送りします。

(数学科 園田毅)

2020年5月1日