

2022 年 3 月 release

# 2021 年度三井寺算額展のご案内

同志社中学校数学科

## ●2022 年 4 月—2023 年 3 月、全作品が展示

同志社中学校 3 年生の皆さんが、数学の授業で問題・解答を自作した算額絵馬の全作品が、大津市にある三井寺「釈迦堂」に今年 4 月から翌 2023 年 3 月まで展示されます。個人・グループで作成した算額の表に問題、裏に解答が記してあります。優秀作品に選ばれた 8 枚の絵馬は「観音堂」にある江戸時代の算額に並んで永久展示されます。優秀作品および受賞者を以下に記します。

ぜひ一度、ご家族で三井寺におこしになってください。

優秀作品に選ばれた 8 名の皆さんをご紹介します。

- (1) 伊原 碧さん
- (2) 西嶋 桜白さん
- (3) 三木町 和奏さん
- (4) 高階 未来さん
- (5) 中西 正樹さん
- (6) 小阪 駿仁さん
- (7) 三宅 杏里咲さん
- (8) 岡本 和真さん

# 同志社中学算額展

## 問題

坂道がある。A点-B点の距離は10m、A点-C点の距離は $2\sqrt{13}$ m、B点-C点の距離は12mである。斜面の下の50kgの荷物を斜面に沿って引き上げる時、何kgの力で引けばいいでしょう？



## 解答

点AからBCに垂線を引き、交点をDとする。

$BD = x$ 、 $AD = y$ とおく。

$$x^2 + y^2 = 10^2 \quad (12-x)^2 + y^2 = (2\sqrt{13})^2$$

これを連立方程式で解く

$$x = 8, y = 6$$

左図の三角形と $\triangle ABD$ が相似なので

$$6:10 = O:50 \quad O = 30$$

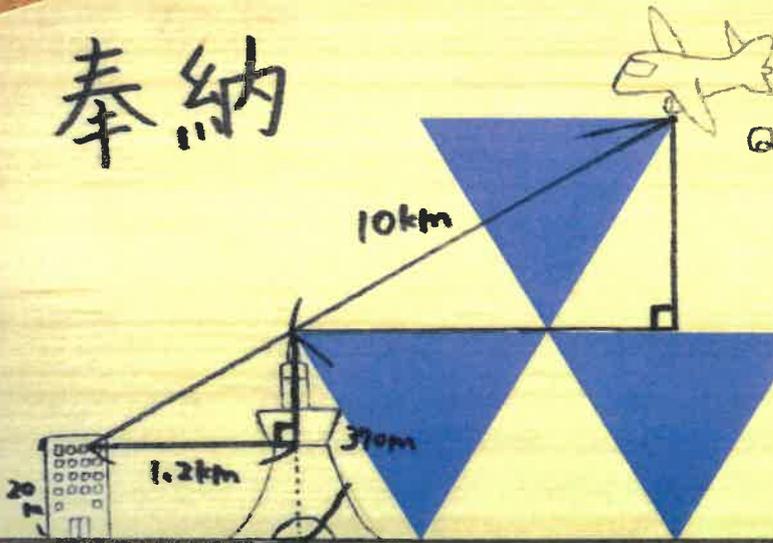


答えは30kg

同志社中学校

# 同志社中学算額展

奉納



Q. 塔の頂上に行くと飛行機が見えます。反対方向を向くと直線上にビルが見えます。ビルの高さは20mで塔の高さは370m、ビルから塔までの距離は1.2kmで塔から見た飛行機までの距離は直線上に10kmであるとすると、飛行機は地上何mを飛んでいますか？

B組 西嶋 桜白

$$\begin{aligned} \text{ピタゴラスの定理より、} & 1200^2 + 350^2 = 1440000 + 122500 \\ & = 1562500 \end{aligned}$$

$\sqrt{1562500} = 1250$  ので、小さい直角三角形の斜辺が1250mとわかる。

$$\begin{aligned} 1250 : 10000 &= 350 : x \\ 1250x &= 350000 \\ x &= 2800 \end{aligned}$$

$$2800\text{m} + 370\text{m} = 3170\text{m}$$

よって、飛行機は地上3170mを飛んでいることになる。

A. 3170m

同志社中学校

# 同志社中学算額展

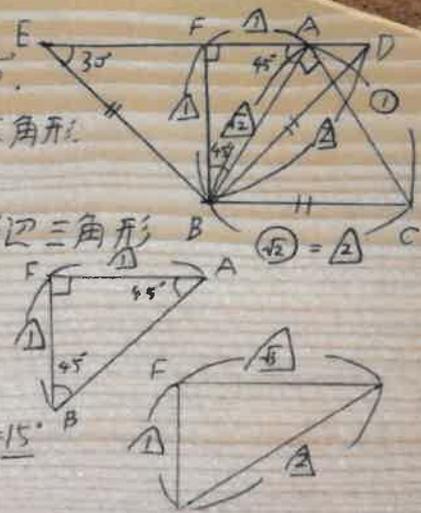
奉納



$\angle ABD, \angle ABE$  の  
 大きさは何?  
 ( $\triangle ABC$  は  $\angle A = 90^\circ$   
 直角二等辺三角形、  
 $DE \parallel BC, BC = BD = BE$ )

D組 石丸

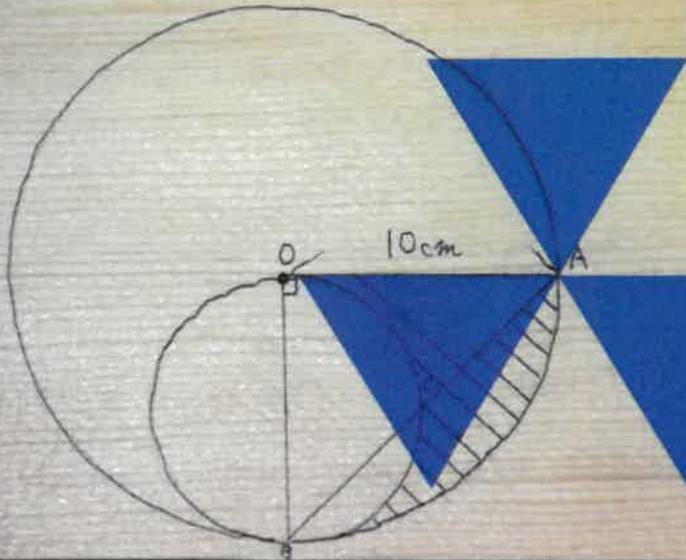
点Bから線DEに垂線をひく。  
 $AE \parallel BC$  により  $\angle BAE$  は錯角により  $45^\circ$ 。  
 よって  $\triangle FAB$  は  $\angle F = 90^\circ$  の直角二等辺三角形。  
 よって  $AF : BF : AB = 1 : 1 : \sqrt{2}$  の比になる。  
 つまり  $AB = \sqrt{2}$  また  $\triangle ABC$  も直角二等辺三角形。  
 だから  $AB : AC : BC = 1 : 1 : \sqrt{2}$   
 だから  $\sqrt{2} = ①$ 、つまり  $BC = ②$   
 直角三角形  $FBD$  は  $BF : BD = 1 : 2$   
 よって  $\angle FBD = 60^\circ$  なので  $\angle ABD$  は  $60 - 45 = 15^\circ$   
 また  $BD = BE$  により  $\angle BED = 30^\circ$   
 よって  $\triangle ABE$  により  $\angle ABE$  は  
 $180 - (45 + 30) = 105$



同志社中学校

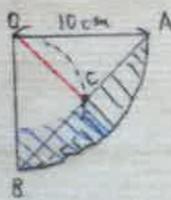
# 同志社中学算額展

奉納



左の図で  
面積ABC(斜線部)が  
大きな円の中心Oを中心に  
時計周りに $\frac{3}{4}$ 周したとき  
面積ABCが通ったあとの  
面積を求めなさい。

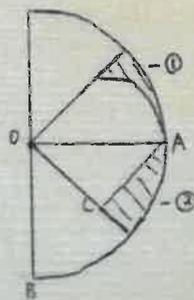
G組 小阪 駿仁



$$\begin{aligned} \text{線} OC &= 1:\sqrt{2}=x:10 \\ 10 \div \sqrt{2} &= 5\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

→  $\frac{3}{4}$ 周を求める。

$$\begin{aligned} (10 \times 10 \times \pi - 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \pi) \times \frac{3}{4} \\ = \frac{150}{4} \pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



残っている面積

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \left( \frac{25}{2} \pi - 25 \right) \times \frac{1}{2} \\ \textcircled{2} & \frac{25}{2} \pi - 25 \end{aligned}$$

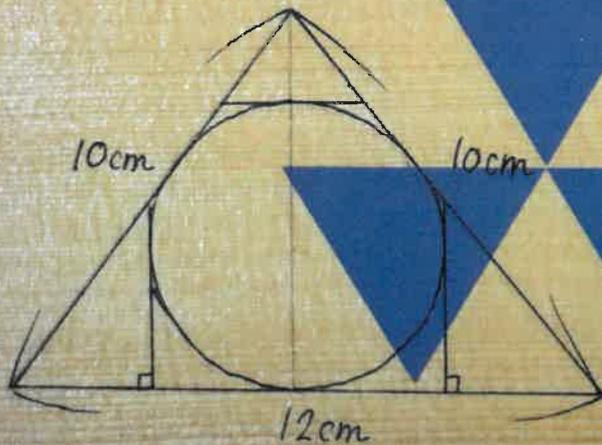
$$\begin{aligned} \text{答え} & \frac{225}{4} \pi - \frac{75}{2} \text{ cm}^2 \\ & = \frac{150}{4} \pi + \frac{75}{4} \pi - \frac{75}{2} \\ & = \frac{225}{4} \pi - \frac{75}{2} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \textcircled{1} & \left( \frac{25}{2} \pi - 25 \right) \times \frac{1}{2} \\ \textcircled{2} & \frac{25}{2} \pi - 25 \end{aligned} \right\} \frac{75}{4} \pi - \frac{75}{2}$$

同志社中学校

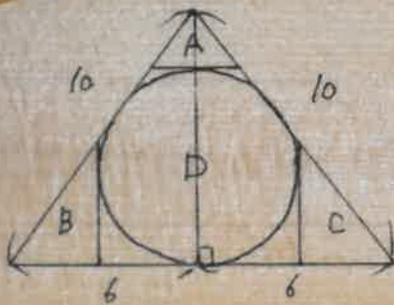
# 同志社中学算額展

## 奉納



Aさんは工作をするために  
円と三角形が必要になった。  
そこで、二等辺三角形の紙から  
できるだけ大きな円と  
三角形3つを作ろうとした。  
左の図のように切り取る時、  
円と三角形の面積の合計は  
いくらか。

H組 三宅杏里咲



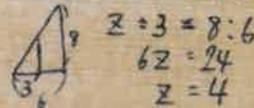
もとの三角形の高さ  $x$   
 $x^2 = 10^2 - 6^2 = 64$   $x = 8$

円の半径  $y$

$$12 \times 8 \times \frac{1}{2} = (12 + 10 + 10) \times y \times \frac{1}{2}$$

$$y = 3$$

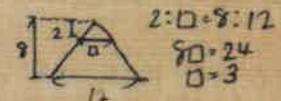
三角形B, Cの高さ  $z$  ・ 三角形Aの底辺



$$z = 3 = 8 : 6$$

$$6z = 24$$

$$z = 4$$



$$z : 12 = 8 : 12$$

$$\frac{z}{12} = \frac{8}{12}$$

$$z = 8 \times \frac{24}{12} = 16$$

$$A : 3 \times 2 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$B+C : 3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 2 = 12$$

$$D : 3 \times 3 \times \pi = 9\pi$$

$$9\pi + 15\text{cm}^2$$

同志社中学校

# 同志社中学算額展

奉納

左の図は正四角錐の展開図である。辺AB上に点Pを置き、DPをxとする。xの長さを求めなさい。

3C  
三木町和奏  
高階未来

$\triangle APD$ は  $\angle PAD = 120^\circ$   $AP = 6\text{cm}$   $AD = 12\text{cm}$   
 PからADの延長線上に垂線をおろしてその交点をQとする。  
 $\triangle PAQ$ が  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形になるので、 $PA : AQ : PQ = 2 : 1 : \sqrt{3}$ になる。  
 よって  $AQ = 3\text{cm}$   $PQ = 3\sqrt{3}\text{cm}$   
 直角三角形PDQで  $PD = x$   $DQ = 15\text{cm}$   
 $PQ = 3\sqrt{3}\text{cm}$   $x^2 = 15^2 + 3\sqrt{3}^2$   $x^2 = 252$   
 $x > 0$ より  $x = 6\sqrt{7}$

同志社中学校

# 同志社中学算額展

△ABC ≡ △DHG  
 $\angle BAC = \angle HDG = 20^\circ$   
 $\angle DEG = 30^\circ$

BH = BK  
 CH = CG  
 xの大きさを求めなさい  
 AC = DG = 6cm  
 GE = GI = GF  
 FH : HG = 3 : 1  
 $\angle FGI$  と  $\angle DGE$  が  $90^\circ$  の時  
 辺 FI の長さは何 cm で表すか

※ 図が正しいとは限りません

奉納

答え

△ABCは二等辺三角形  
 $\angle ABC = \angle ACB = (180 - 20) \div 2 = 80^\circ$   
 BK = BH なので △BHKは二等辺三角形  
 $\angle BKH = (180 - 80) \div 2 = 50^\circ$   
 $\angle DKJ$  と  $\angle BKH$  は対頂角なので  $\angle DKJ = 50^\circ$   
 △ABL ≡ △DHG なので  $\angle KDJ = 20^\circ$   
 $x = 20 + 50 = 70^\circ$  A.  $70^\circ$

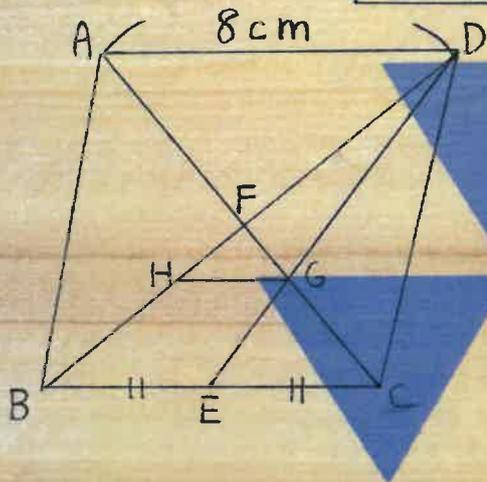
DG = 6cm  $\angle DEG = 30^\circ$   $\angle GDE = 60^\circ$   
 辺 GE を a とする  $1 : 2 : \sqrt{3}$   $(\frac{a}{2})^2 = 6^2 - a^2$   $\angle FGI = 90^\circ$   
 $\frac{a}{2} = a$   $1 : 1 : \sqrt{2}$  辺 FI を b とする  $6\sqrt{6} = b$   
 $\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = b$   $6\sqrt{3} = b$   
 A.  $6\sqrt{3}$ cm

岡本和真

同志社中学校

# 同志社中学算額展

奉納



平行四辺形 ABCD  
がある。  
HG // BC のとき、  
AF : FG : GC を最も  
簡単な整数の比で  
表しなさい。

3A-4 伊原碧

## <解答と解説>

点 F は平行四辺形 ABCD の対角線の交点

だから  $AF : FC = 1 : 1$  よって  $AF = \frac{1}{2}AC$  (i)

また  $AD \parallel BC$  より  $AG : GC = AD : EC$  (砂時計)

$AD = 8\text{cm}$   $EC = 4\text{cm}$  より  $AG : GC = 8 : 4 = 2 : 1$

よって  $AG = \frac{2}{3}AC$  (ii)  $GC = \frac{1}{3}AC$

(i), (ii) より  $FG = AG - AF = \frac{2}{3}AC - \frac{1}{2}AC = \frac{1}{6}AC$

したがって  $AF : FG : GC = \frac{1}{2}AC : \frac{1}{6}AC$

$:\frac{1}{3}AC = 3 : 1 : 2$

同志社中学校